

Vendredi 10 septembre 2021

Durée 1h 30 mn

Le sujet comporte huit exercices qui peuvent être traités dans n'importe quel ordre.  
**On entourera les résultats des calculs** ( hormis les tableaux de signes ).

L'usage de la calculatrice est interdit.

BON COURAGE!!

**Exercice 1 :**

Effectuer les calculs en posant les opérations :  $385 \times 4,3$  et  $75,8 \div 3,4$  en arrêtant la division à la première décimale.

**Exercice 2 :**

1. Calculer, et donner les résultats de ii. et iii. sous forme de fractions irréductibles :

$$i. \quad 3^{n+1} - 3^n \quad ii. \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{9} - 1 \quad iii. \quad \frac{11}{21} \times \frac{49}{33} + \frac{26}{12} \times \frac{8}{13} \quad iv. \quad \frac{\sqrt{125} - 5}{5}$$

2. Simplifier les expressions :

$$a(x) = \frac{x^6 + 2x^4 - 3x^2 + x}{x} \quad b(x) = \frac{1}{x} \times \frac{1-x}{1-\frac{1}{x}} \quad c(x) = \frac{1}{(1+x)^2} - \frac{1}{1+x}$$

**Exercice 3 :**

1. Développer et simplifier :

$$A(x) = (2x - 5)^2, \quad B(x) = (x - 2)(3 - x) - (x + 1)^2$$

2. Factoriser au maximum :

$$C(x) = 7 - x^2 \quad D(x) = x^{n+1} - x^{2n} + 2x^n$$

**Exercice 4 :**

Résoudre les équations suivantes :

$$i. \quad 1 - (2 - x) = 2(x - 3) - 1 \quad \text{sur } \mathbb{R} \quad ii. \quad 5x^2(x^2 + 1)(5 - x)^2 = 0 \quad \text{sur } \mathbb{R} \quad iii. \quad \frac{3}{x-2} = \frac{2}{x-3} \quad \text{sur } \mathbb{R} \setminus \{2; 3\}$$

**Exercice 5 :**

Faire le tableau des signes des fonctions suivantes :

$$A(x) = 4 - x^2 \quad B(x) = (10 - x)^2 \quad C(x) = 2x^2 + x + 2 \quad D(x) = 1 + 2\sqrt{x}, \quad E(x) = 1 - \frac{2}{x} \quad F(x) = \frac{10 - x}{10 + x^2}$$

**Exercice 6 :**

1. Énoncer les règles de calcul du logarithme népérien et celles de l'exponentielle.
2. Faire les tableaux de signes des expressions :

$$A(x) = e^{2x} + 2 \quad B(x) = \ln(2x) + 1 \quad C(x) = \ln(x)(e^x - 1)^2$$

**Exercice 7**

Donner une valeur approchée ( au minimum au dixième d'unité ) des nombres suivants :

$$\sqrt{2}, \quad e, \quad \ln 2, \quad \pi$$

**Exercice 8 :**

1. Donner les dérivées des fonctions usuelles :

$$x^n \quad ; \quad \frac{1}{x} \quad ; \quad \sqrt{x} \quad ; \quad \ln(x) \quad ; \quad e^x$$

2. Enoncer, au minimum, six formules sur les opérations des dérivées

3. Calculer les dérivées des fonctions suivantes ( on factorisera  $f'_2$  et  $f'_5$  ) :

$$f_1(x) = x^5 + 3x^2 - 10x - 1 \quad f_2(x) = (2 - x)e^{2x} \quad f_3(x) = x(\ln(x) - 1)$$

$$f_4(x) = \frac{x - 2}{x^2 - x} \quad f_5(x) = (x^n + nx)e^{-x/n}$$