

Vendredi 11 septembre 2020

Durée 1h 30 mn

Le sujet comporte huit exercices qui peuvent être traités dans n'importe quel ordre.
On entourera les résultats des calculs (hormis les tableaux de signes).

L'usage de la calculatrice est interdit.

BON COURAGE!!

Exercice 1 :

Effectuer les calculs en posant les opérations : $789 \times 6,5$ et $88,4 \div 2,7$ en arrêtant la division à la première décimale.

Exercice 2 :

1. Calculer, et donner les résultats de i. et ii. sous forme de fractions irréductibles :

i. $1 - \frac{1}{12} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4}$ ii. $\frac{13}{35} \times \frac{25}{39} + \frac{121}{49} \times \frac{14}{33}$ iii. $\frac{12 - \sqrt{27}}{3}$

2. Simplifier les expressions :

$$a(x) = \frac{x^5 + x^3 - 4x^2 - x}{x} \quad b(x) = \frac{1 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} \quad c(x) = \frac{1}{x(1-x)} - \frac{1}{1-x}$$

Exercice 3 :

1. Énoncer au moins trois identités remarquables
2. Développer et simplifier :

$$A(x) = (2x - 12)^2, \quad B(x) = (1 - x)(x - 5) - (x - 2)^2$$

3. Factoriser :

$$C(x) = x^2 - 11 \quad D(x) = x^{2n} - 3x^{n+2} + 2x^n$$

Exercice 4 :

Résoudre les équations suivantes :

i. $3 - (5 - x) = 5(x - 2) - 1$ sur $\mathbb{R}$ ii. $5x(x^2 + 3)(2 - 5x)^2 = 0$ sur $\mathbb{R}$ iii. $\frac{5}{x-1} = \frac{3}{x+1}$ sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$

Exercice 5 :

Faire le tableau des signes des fonctions suivantes :

$$A(x) = (4 - x)^2 \quad B(x) = 5 - x^2 \quad C(x) = x^2 + x + 1 \quad D(x) = \sqrt{2x + 1}, \quad E(x) = \frac{1}{x} - 1 \quad F(x) = \frac{1 - x}{1 + x^2}$$

Exercice 6 :

1. Énoncer les règles de calcul du logarithme népérien et celles de l'exponentielle.
2. Faire les tableaux de signes des expressions :

$$A(x) = 1 + e^{1-x} \quad B(x) = 10 + \ln(x) \quad C(x) = \ln^2(x)(2 - e^x)$$

Exercice 7

Donner une valeur approchée (au minimum au dixième d'unité) des nombres suivants :

$$\sqrt{2}, \quad e, \quad \ln 2, \quad \pi$$

Exercice 8 :

1. Donner les dérivées des fonctions usuelles :

$$x^n \quad ; \quad \frac{1}{x} \quad ; \quad \sqrt{x} \quad ; \quad \ln(x) \quad ; \quad e^x$$

2. Enoncer, au minimum, six formules sur les opérations des dérivées

3. Calculer les dérivées des fonctions suivantes (on factorisera f'_2 et f'_5) :

$$f_1(x) = x^4 - 2x^3 + 5x - 2 \quad f_2(x) = (x - 1)e^{2x} \quad f_3(x) = 1 - x \ln(x)$$

$$f_4(x) = \frac{x^2 + x}{x - 1} \quad f_5(x) = x^{n+1}(n - e^{-nx})$$